

1. Verificar que la ecuación de la onda electromagnética

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\phi = 0$$

NO es invariante bajo la transformación de Galileo.

2. Deduce la transformación de Lorentz suponiendo que la velocidad de la luz  $c$  es independiente del marco de referencia

3. Demuestre que

$$\alpha_k^i = \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^k} \quad \beta_k^i = \frac{\partial x^i}{\partial \bar{x}^k}$$

son tensores mixtos.

4. Con respecto a los ejes coordenadas cartesianos rectangulares  $Ox_1x_2x_3$ , el tensor de segundo orden  $A$  tiene componentes  $a_{ij}$ . Se elige otro sistema coordenado cartesiano rectangular  $Ox'_1x'_2x'_3$  tal que  $Ox'_1$  coincida con  $Ox_2$  y  $Ox'_3$  con  $Ox_3$ . Encuentre las componentes de  $A$  con respecto a los nuevos ejes, y verifique que el tensor permanece simétrico si así se consideró al principio.

5. Los tensores  $A$  y  $B$  con componentes  $a_{ij}$  i  $b_{ij}$  son simétrico y antisimétrico respectivamente. Demuestre que  $a_{ij}b_{ij} = 0$ .

6. Empleando los resultados de la clase, demostrar que

$$\begin{aligned} \delta_{ij}\epsilon_{ijk} &= 0 \\ \epsilon_{ijk}\epsilon_{rjk} &= 2\delta_{ir} \\ \epsilon_{ijk}\epsilon_{ijk} &= 6 \end{aligned}$$

7. Un tensor simétrico de segundo orden tiene componentes  $s_{ij}$ . Demuestre que  $\epsilon_{ijk}s_{ij} = 0$  para todos los valores de  $k$ .

8. En la demostración del *Teorema del Cociente* encontramos

$$\bar{A}_{ik}\alpha_m^k X^m = \beta_1^l A_{lm} X^m$$

que, para  $X^m$  arbitraria, significa que

$$\bar{A}_{ik}\alpha_m^k = \beta_1^l A_{lm}$$

Demuestre que, multiplicando ambos lados con  $\beta_m^n$ , y sumando sobre  $m$  el lado izquierdo, obtenemos

$$\bar{A}_{in} = \beta_1^l \beta_n^m A_{lm}$$

la ley de transformación de tensores covariantes de rango 2.