

Nombre: \_\_\_\_\_

**Tarea Variable Compleja – 23 de Septiembre 2014**

1. Sea  $f(z)$  analítica en  $|z| < 1$  y satisface a  $f(0) = 0$ . Defina  $F(z) = f(z)/z$  para todo  $z$  en  $0 < |z| < 1$ . ¿Qué valor puede dársele a  $F(0)$  para que  $F(z)$  sea analítica en  $|z| < 1$ ? (*Sugerencia:* Aplique a  $F(z)$  en  $|z| = r < 1$  el teorema de Cauchy para las derivadas. Entonces muestre que la función resultante, analítica en  $|z| < 1$ , coincide con  $F$  en  $0 < |z| < r$ . Use fracciones parciales.)
2. Dé un ejemplo para probar por qué la condición de función no nula es necesaria para la validez del principio del mínimo.
3. Sea  $f(z)$  analítica y no constante en  $|z| < R$ . Denote por  $M(r)$  el máximo de  $|f(z)|$  en  $|z| < r$  y pruebe que  $M(r)$  es estrictamente creciente para  $0 \leq r < R$ .