

Tarea Variable Compleja – 10 de Octubre 2014

1. Desarrolle $\sum_1^\infty z^n/n$ en una vecindad de $z = \frac{1}{2}$, y determine su radio de convergencia. Primero encuentre una función que coincide con la serie.

2. Muestre que las series

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n} \quad \text{y} \quad i\pi + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(z-2)^n}{n}$$

no tiene región de convergencia común, no obstante que son continuaciones analíticas una de la otra. Primero encuentre funciones que coinciden con las series.

3. Encuentre la serie de Taylor de $\log z$ en el disco $|z-1| < 1$ de su rama principal. Entonces, continúe analíticamente cada función a lo largo de $\gamma : z(t) = e^{it}$, $0 \leq t \leq 2\pi$. ¿Los valores de $z(2\pi)$ coinciden con los de $z(0)$?

4. La función gamma está definida en el semiplano derecho mediante la integral

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-t} t^{z-1} dt \quad 0 < t < \infty$$

Pruebe que ésta satisface la ecuación funcional $\Gamma(z+1) = z\Gamma(z)$ y es analítica en $\text{Re}z > 0$. Muestre que tiene continuación analítica al plano completo como una función meromorfa con polos simples en $0, -1, -2, \dots$