Nombre: ____

Tarea Cálculo Vectorial – 20 de Marzo 2015

1. Si τ representa la región dentro del cilindro semicircular $0 \leq x \leq \sqrt{a^2 - y^2}$, $0 \leq z \leq 2a$, demostrar que
$$\int_\tau x\, d\tau = \frac{4}{3}a^4$$

2. Empleando coordenadas esféricas r, θ, ϕ, evaluar
$$\int_\tau r^2 \sin^2\theta\, d\tau$$
donde τ es la región en el octante positivo limitado por la esfera con radio a.

3. Las coordenadas parabólicas u, v, y w se definen de manera que el vector de posición sea $\vec{r} = (\frac{1}{2}(u^2 - v^2), uv, -w)$. Demostrar que un elemento de volumen en este sistema de coordenadas es $d\tau = (u^2 + v^2)\, du\, dv\, dw$. Demostrar que la región τ limitado por los mantos parabólicos $y^2 = 1 + 2x$, $y^2 = 1 - 2x$, y los planos $z = 0$, $z = 1$, está dada en coordenadas parabólicas por $-1 \leq u \leq 1$, $0 \leq v \leq 1$, $-1 \leq w \leq 0$. Evaluar
$$\int_\tau z\, d\tau$$