Nombre: ____

Tarea Cálculo Vectorial – 21 de Enero 2015

1. Demuestre que el ángulo entre rectas cuyos cosenos directores son $\frac{1}{2}\sqrt{2}$, $\frac{1}{2}\sqrt{2}$, 0 y $\frac{1}{3}\sqrt{3}$, $\frac{1}{3}\sqrt{3}$, $\frac{1}{3}\sqrt{3}$, es $\cos^{-1}\frac{1}{3}\sqrt{6}$.

2. Una recta OP une el origen con el punto $P(3,1,5)$. Demostrar que la proyección ortogonal de OP sobre la recta en el octante positivo y que forma ángulos iguales con los tres ejes, es $3\sqrt{3}$.

3. Los puntos A y B tienen coordenadas $(1,4,-1)$ y $(-1,3,4)$. Si O es el origen, hallar el punto P producido sobre OA de tal manera que la proyección de OP sobre OB sea de una longitud igual a $\frac{9}{7}\sqrt{14}$.

4. Un sistema de ejes $Ox'y'z'$ coincide inicialmente con el sistema $Oxyz$. El sistema $Ox'y'z'$ se gira entonces a través de un ángulo θ con respecto al eje z, y la dirección de la rotación va del eje x al eje y. Demostrar que

$$\begin{aligned} x' &= x\cos\theta + y\sin\theta \\ y' &= -x\sin\theta + y\cos\theta \\ z' &= z \end{aligned}$$

5. Demuestre que las siguientes ecuaciones representan una rotación de un sistema de ejes con respecto a un punto fijo:

$$\begin{aligned} x' &= x\sin\theta\cos\phi + y\sin\theta\sin\phi + z\cos\theta \\ y' &= x\cos\theta\cos\phi + y\cos\theta\sin\phi + z\sin\theta \\ z' &= -x\sin\theta + y\cos\phi \end{aligned}$$