Nombre: ____

Tarea Cálculo Vectorial – 23 de Abril 2015

1. (a) Empleando el teorema de la divergencia (Gauss), evaluar

$$\int_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$$

done $\vec{F} = (x^2, y^3, z^3)$ y S es la esfera $x^2+y^2+z^2 = a^2$. (b) Verifique el resultado evaluando directamente la integral de superficie.

2. (a) Si el campo escalar Ω tiene derivadas continuas de segundo orden en la región cerrada τ limitada por una superficie cerrada simple S, demuestre que

$$\int_S \Omega \nabla \Omega \cdot d\vec{S} = \int_\tau \{\Omega \nabla^2 \Omega + (\nabla \Omega)^2\}\, d\tau$$

(b) Si $\Omega = x + y + z$, deducir que

$$\int_S \Omega \nabla \Omega \cdot d\vec{S} = 3V$$

donde V es el volumen de la región τ.

3. Una región τ está limitada por superficies cerradas simples S_1 y S_2. Si el origen está fuera de τ, demostrar que

$$\int_{S_1} \frac{\vec{r}\, d\vec{S}_1}{r^3} + \int_{S_2} \frac{\vec{r}\, d\vec{S}_2}{r^3} = 0$$